1) (E) : $y'' + (\frac{\pi}{2})^2 y = 0$

Les solutions sont :

$f(x) = A\sin(\frac{\pi}{2}x) + B\cos(\frac{\pi}{2}x)$;

$(A,B) \in IR^2$

2) $\begin{cases} N(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}) \in (C_g) \\ T_N \,//\, (o,\vec{i}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g(\frac{1}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ g'(\frac{1}{2}) = 0 \end{cases}$

$g(x) = A\sin(\frac{\pi}{2}x) + B\cos(\frac{\pi}{2}x)$

$g'(x) = A\frac{\pi}{2}\cos(\frac{\pi}{2}x) - B\frac{\pi}{2}\sin(\frac{\pi}{2}x)$

$\begin{cases} g(\frac{1}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ g'(\frac{1}{2}) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A\frac{\sqrt{2}}{2} + B\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ A\frac{\pi\sqrt{2}}{4} - B\frac{\pi\sqrt{2}}{4} = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} A + B = 1 \\ A - B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow A = B = \frac{1}{2}$

D'où : $g(x) = \frac{1}{2}\sin(\frac{\pi}{2}x) + \frac{1}{2}\cos(\frac{\pi}{2}x)$

3) $g(x) = \frac{1}{2}[\sin(\frac{\pi}{2}x) + \cos(\frac{\pi}{2}x)]$

$g(x) = \frac{1}{2}[\sqrt{2}.\cos(\frac{\pi}{2}x - \varphi)]$

Avec $\begin{cases} \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$ $\varphi = \frac{\pi}{4}(2\pi)$

D'où : $g(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos(\frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{4})$

EXERCICE 21 :

R. $q'(t) + \frac{1}{c}q(t) = u$

$q(0) = 0$

1) (E) : R. $y' + \frac{1}{c}y = u$

2) (E) : $y' = -\frac{1}{Rc}y + \frac{u}{R}$

D'où :

$q(t) = k.e^{-\frac{t}{Rc}} + \frac{\frac{u}{R}}{\frac{1}{Rc}}$; $k \in IR$

$q(t) = k.e^{-\frac{t}{Rc}} + uc$; $k \in IR$

$q(0) = 0 \Longrightarrow k + cu = 0 \Longrightarrow k = -cu$

D'où :

$q(t) = -cu.e^{-\frac{t}{Rc}} + cu$

$q(t) = cu - cu.e^{-\frac{t}{Rc}}$

3)

$i(t) = q'(t) = \frac{u}{R}.e^{-\frac{t}{Rc}}$

EXERCICE 22 :

(E) : $f(x) = \int_0^x f(t)dt + x$

1) f est continue sur IR et $0 \in IR$

D'où la fonction : $x \mapsto \int_0^x f(t)dt$ est dérivable sur IR et sa dérivée est la fonction : $x \mapsto f(x)$

D'où la fonction : $f(x) = \int_0^x f(t)dt + x$ est dérivable sur IR comme étant somme de deux fonctions dérivables

2) – a) f solutions de (E)

$\Longrightarrow f(x) = \int_0^x f(t)dt + x$

$\Longrightarrow f'(x) = f(x) = 1$

$\Longrightarrow$ f est solution de l'équation :

(E') : $y' = y + 1$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn